CBS

Colegio Bautista Shalom

Lógica Matemática
Quinto BACO PFS
Tercer Bimestre

Contenidos

LÓGICA MATEMÁTICA

- ✓ CONECTIVAS LÓGICAS
- ✓ LENGUAJE FORMAL
- ✓ PROPOSICIÓN.
- ✓ CLASES DE PROPOSICIÓN.
- ✓ INDICADORES MÁS COMUNES DE CONCLUSIONES.
- ✓ OPERACIONES BÁSICAS PROPOSICIONALES.
- ✓ NEGACIÓN.
- ✓ DISYUNCIÓN.
- ✓ CONJUNCIÓN.
- ✓ CONDICIONAL.
- ✓ DOBLE CONDICIONAL.
- ✓ CONSTRUCCIÓN DE LAS TABLAS DE VERDAD.

NOTA: conforme vayas avanzando en tu aprendizaje debes realizar uno de los ejercicios. Copia y desarrolla cada ejercicio en hojas blanco bond, realiza cada gráfica en hojas milimetradas y sigue las instrucciones de tu catedrático(a) para entregar.

LÓGICA MATEMÁTICA

CONECTIVAS LÓGICAS

En lógica, una conectiva lógica, o simplemente conectiva, (también llamado operador o conectores lógicos) es un símbolo o palabra que se utiliza para conectar dos fórmulas bien formadas o sentencias (atómicas o moleculares), de modo que el valor de verdad de la fórmula compuesta depende del valor de verdad de las fórmulas componentes.

Los conectivos lógicos más comunes son los conectivos binarios (también llamados conectivos diádicos) que unen dos frases, que pueden ser consideradas los operandos de la función. También es común considerar a la negación como un conectivo monódico.

Las conectivas lógicas son, junto con los cuantificadores, las principales constantes lógicas de muchos sistemas lógicos, principalmente la lógica proposicional y la lógica de predicados. En programación se utilizan para combinar valores de verdad y obtener nuevos valores que determinen el flujo de control de un algoritmo o programa.

LENGUAJE FORMAL

En los lenguajes formales, las funciones de verdad son representadas por símbolos inequívocos. Estos símbolos se llaman "conectivos lógicos", "operadores lógicos", "operadores proposicionales", o, en la lógica clásica, la "de funciones conectivos de verdad."

Los conectivos lógicos pueden ser utilizados para conectar más de dos afirmaciones, entonces es común hablar de "conector lógico n-ario".

Conectiva	Notación	Ejemplo de uso	Análogo natural	Ejemplo de uso en el lenguaje natural	Tabla de verdad
Negación	$\neg, \sim$	$\neg P$	no	**No** está lloviendo.	$\begin{array}{c\|c} P & \neg P \\ \hline 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}$
Conjunción	$\wedge, \&, \cdot$	$P \wedge Q$	y	Está lloviendo **y** la calle está mojada.	$\begin{array}{c\|c\|c} P & Q & P \wedge Q \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$
Disyunción	$\vee$	$P \vee Q$	o	Está lloviendo **o** la calle está mojada.	$\begin{array}{c\|c\|c} P & Q & P \vee Q \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$
Condicional material	$\rightarrow, \supset$	$P \rightarrow Q$	si... entonces	**Si** está lloviendo, **entonces** la calle está mojada.	$\begin{array}{c\|c\|c} P & Q & P \rightarrow Q \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}$
Bicondicional	$\leftrightarrow, \equiv$	$P \leftrightarrow Q$	si y solo si	Está lloviendo **si y solo si** la calle está mojada.	$\begin{array}{c\|c\|c} P & Q & P \leftrightarrow Q \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}$

Por ejemplo, el significado de los estados está lloviendo y estoy en el interior se transforma cuando los dos se combinan con conectivos lógicos:

- **No** está lloviendo
- Está lloviendo **y** estoy dentro de casa (P ∧ Q)
- Está lloviendo **o** estoy dentro de casa (P ∨ Q)
- **Si** está lloviendo, **entonces** estoy en casa. (P → Q)
- Si estoy en casa, entonces está lloviendo. (P ← Q)
- Estoy dentro **si y solo si** está lloviendo (P ↔ Q)
- No está lloviendo (¬ P)

Por declaración P = *Está lloviendo*; Q = *Estoy dentro de casa*.

PROPOSICIÓN

Es una expresión con sentido completo de la cual se puede decir que es verdadera o falsa.

a. Bivalente: cuando una proposición tiene dos valores uno falso y uno verdadero.
b. Plurivalente: cuando tiene más de dos valores, verdadero, falso, probable.
c. No analizada: donde la totalidad de la proposición se considera una variable.
d. Analizada: Cuando nos metemos en la proposición para encontrar constantes y variables.

CLASES DE PROPOSICIÓN

A. Proposición Atómica: aquella que carece totalmente de conectivas. Es una variable.

<u>Variable</u>: Cualquier simple afirmación.

Ejemplo:
El día es bonito.

B. Proposición molecular: aquella que por lo menos tiene una conectiva lógica.

Ejemplo:
Hoy es lunes o mañana es miércoles.
Las proposiciones lógicas pueden ser *verdaderas o falsas,* pero no pueden tener ambos valores de verdad.

INDICADORES MÁS COMUNES DE CONCLUSIONES

- por lo tanto
- de ahí que
- así que
- así
- correspondientemente
- en consecuencia
- en consecuencia
- lo cual prueba que
- llegamos a la conclusión
- como resultado
- se sigue que
- por estas razones
- podemos inferir que
- por ende
- por ende
- se desprende de

OPERACIONES BÁSICAS PROPOSICIONALES

NEGACIÓN

p	~p
V	F
F	V

Asignación de valores	**Proposición**
p = Juan es primo de María ~p = negar que María tiene un primo	**~p** (y se lee " no p")
Juan **no** es primo de María	

DISYUNCIÓN

p	**q**	**p ∨ q**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Asignación de valores	**proposición**
p = 3 es un número primo q = 3 es un número natural	**p v q** (y se lee " p ó q")
3 es un número primo **o** 3 es un número natural	

CONJUNCIÓN

p	**q**	**p ∧ q**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Asignación de valores	**proposición**
p = Londres es capital de Inglaterra q = Cuba es una isla	**p^q** (y se lee "p y q")
Londres es capital de Inglaterra **y** Cuba es una isla	

CONDICIONAL

p	**q**	**p ⇒ q**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Asignación de valores	**Proposición**
p = Marte es un planeta q = Marte brilla con luz propia	**p→q** (y se lee " Si p, entonces q")
Si Marte es un planeta **entonces** Marte brilla con luz propia	

DOBLE CONDICIONAL

p	**q**	**p ⇔ q**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Asignación de valores	Proposición
p = Febrero tiene 29 días q = El año es bisiesto	**p ↔ q** (y se lee " Sí y solo sí q")
Febrero tiene 29 días **si y solo si** el año es bisiesto	

CONSTRUCCIÓN DE LAS TABLAS DE VERDAD

En lógica el valor de las operaciones lógicas por medio de conectivos solo puede ser 2: verdadero o falso. Cada proposición cuenta también con un solo valor de verdad o es verdadera o es falsa.

Para determinar el valor de cada fórmula dependiendo del valor de cada proposición y de cuántas proposiciones se estén operando por medio de los conectivos, es necesario seguir pasos importantes.

La construcción de las tablas de verdad se realiza por medio de interpretaciones.

La interpretación de una formula consiste en el conjunto de los valores que se le son asignados a cada una de las proposiciones atómicas. Luego de realizar la interpretación se podrá deducir el valor de verdadero, ya sea verdadera o falso.

Primeramente, se le asignan valores de verdad a los átomos y se puede encontrar el valor de la expresión. Es necesario analizar todas las probabilidades por medio de la construcción de tablas de verdad.

Por ejemplo:

Crear la tabla de verdad de la siguiente fórmula (operación lógica) p v ~q

Se le asignan a los átomos los valores de verdad, es decir, a cada una de las proposiciones.

p = V p = F
q = V ~q = F q = F ~q = V

Construyendo la tabla con los valores de verdad asignados a cada proposición combinándose entre sí.

p	**q**
V	V
V	F
F	V
F	F

Se realiza la primera operación proposicional que es la negación de "q"

~q
F
V
F
V

Ya se puede realizar la operación lógica de la fórmula indicada

(p v ~q)
V
V
F
V

Entonces, la construcción finalmente quedaría así:

p	q	~q	p v ~q
V	V	F	V
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	V

EJERCICIO 01. Realiza lo que se te solicita a continuación. Al finalizar el ejercicio, preséntaselo a tu catedrático(a).

Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

1) El cuadrado tiene 5 lados.

2) 3 es un número par

3) Si María es hija de Marta y Marta es madre de Cesar entonces María es prima de Cesar.

4) Los números primos son aquellos que se dividen entre sí mismos y entre 1.

5) Son números naturales los negativos.

Establecer las fórmulas, dadas las proposiciones

1) Londres la capital de Inglaterra y Roma es la capital de Italia.

2) Luis es primo de Juan y Marco es primo de Juan entonces Luis es primo de Marco.

3) 1/x es operable si y solo si x no es 0.

4) El número 10 es par o 10 es número impar.

5) El triángulo es figura geométrica y tiene 3 lados.

6) El cuadrado no es una figura geométrica.

7) Los vehículos no tienen 3 ruedas.

8) Hoy es martes o mañana es miércoles.

9) Si 2 es número par entonces 3 es número impar.

10) No vendré a cenar esta noche.

COMPLETA (Y VERIFICA DE LAS YA COLOCADAS) LAS OPERACIONES PROPOSICIONALES DE LAS SIGUIENTES TABLAS DE VERDAD.

1)

p	q	p ∧ q
V		
	F	
	V	
F		F

2)

p	~p
V	F

3)

p	**q**	**p ∨ q**	**~(p ∨ q)**
			F
			F
			F
			V

4)

p	**q**	**p ↔ q**
V	V	
		F
		F
F	F	

5)

p	**q**	**~p**	**~q**	**p ∧ q**	**~p ∨ (p ∧ q)**	**(~p ∨ (p ∧ q)) → ~q**
		F	F			F
		F	V			V
		V	F			
		V	V			

INFORMACIÓN (INCLUÍDA EN ESTE DOCUMENTO EDUCATIVO) TOMADA DE:

Sitios web:

1. http://www.mineduc.gob.gt/DIGECADE/documents/Telesecundaria/Recursos%20Digitales/3o%20Recursos%20Digitales%20TS%20BY-SA%203.0/MATEMATICA/U2%20pp%2052%20conectivos%20l%C3%B3gicos.pdf